# 7. ТИПОВЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДСВ

## 7.1. Геометрическое распределение

Дискретная случайная величина X имеет ***геометрическое распределение***, если вероятности ее возможных значений 0,1,….,*k*,.. определяются так:

**

где *p* – параметр распределения,  а *q=1-p.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | … | k | … |
|  | p |  |  | … |  | … |

На практике геометрическое распределение появляется при следующих условиях. Пусть производится некоторый опыт, в котором некоторое событие появляется с вероятностью *p*. Опыты производятся последовательно, до наступления события. Случайная величина *X*, равная числу неудачных опытов, имеет геометрическое распределение.

Числовые характеристики геометрического распределения:



***“Смещенное”*** геометрическое распределение получается из геометрического путем преобразования СВ X и СВ Y=X+1.

Дискретная случайная величина Y имеет смещенное геометрическое распределение если вероятности ее возможных значений 1,…,*k,* определяются так



где *p* – параметр распределения  а *q=1-p.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | … | k | … |
|  | p |  |  | … |  | … |

Числовые характеристики смещенного геометрического распределения определяются с использованием их свойств:



## 7.2. Индикатор случайного события.

Величина X называется индикатором случайного события *А*, если она равна 1 при осуществлении события *А* и 0 при осуществлении А.



Ряд распределения вероятностей

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *xi* | 0 | 1 |
| *Pi* | *q* | *p* |

*Р* – вероятность наступления события *А*.

Числовые характеристики индикатора события определяются так.

*M*[*X*]==*p*;

;



## 7.3. Биноминальный закон распределения

Дискретная случайная величина *X* имеет *биноминальное* распределение*,* если ее закон распределения описывается формулой Бернулли:



где *p* – параметр распределения 

Распределение загасит от двух параметров *п* и *р*.

На практике биноминальное распределение возникает при следующих условиях. Пусть производится серия из *п* испытании, в каждом из которых некоторое событие появляется с вероятностью *р.* Случайная величина *X,* равная числу наступлений события в *п* опытах, имеет биноминальное распределение.

Числовые характеристики: *М [Х]* = *np, D[X]= npq.*

Название объясняется тем, что правую часть равенства можно рассматривать как общий член разложения Бинома Ньютона:

,

т.е. .

## 7.4. Распределение Пуассона

Соотношениями, описывающими биноминальное распределение, удобно пользоваться в тех случаях, если величина и достаточно мала, а *р* велико.

*Теорема:* Если,  а  так, что то



при любом *k=0,1,….*

Числовые характеристики: *М[Х] =* α, D[*X*] = α.

Закон Пуассона зависит от одного параметра α, смысл которого заключается в следующем: он является одновременно и математическим ожиданием и дисперсией случайной величины *Х*.

***Физические условия возникновения*** распределения.

Рассмотрим временную ось, на которой будем отмечать моменты возникновения случайных событий (например, отказы компонентов в сложном техническом устройстве, заявки на обслуживание).

Поток случайных событий называется *стационарным*, если число событий, приходящихся на интервал τ в общем случае не зависит от расположения этого участка на временной оси и определяется только его длительностью, т.е. среднее число событий в единице времени (λ) (интенсивность потока) постоянно.

Поток случайных событий называется *ординарным*, если вероятность попадания в некоторый участок Δ*t* двух и более случайных событий пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания на него одного события.

В потоке *отсутствует последействие*, если вероятность попадания событий на участок τ не зависит от того, сколько событий попало на другие участки, не пересекающиеся с данным.

Поток случайных событий называется *простейшим*, или *Пуассоновским*, если он является стационарным, ординарным и без последействия.

Для Пуассоновского потока число событий поступивших в течение интервала τ является дискретной случайной величиной с распределением Пуассона с параметром α = τλ

*Пример* 7.1. Вероятность того, что изделие не выдержит испытания, равна 0,0004. Найти вероятность того, что из 1000 изделий не менее двух не выдержит испытаний.

*Решение.* В данном случае имеет место последовательность независимых испытаний, для которых применима формула Бернулли, но так как *р =* 0,0004 мало, а *n* = 1000 велико, то можно считать, что число неисправных изделий *X* распределено по закону Пуассона с параметром, *=.* 0,0004 • 1000 = 4. Необходимо найти вероятность :



